Examen MN **Nr.1** **313CC** **26.06.08**

0. din oficiu **0,5p**

1. Fie $f: [-1, 3] \to R,\ f(x) = x^3 + x^2$. Să se determine valoarea exactă a polinomului minimax de gradul 2 şi o valoare aproximativă a polinomului minimax de gradul 1, folosind primul algoritm Remes. **1,5p**

2. Se consideră funcţia $f: [-1, 1] \to R,\ f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$. Calculaţi coeficienţii polinomului Cebâşev de grad 3 de aproximare continuă în sensul cmmp **1p**

3. Fie formula generală de integrare: $\int_a^b f(x)w(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} a_{in} f(x_{in})$

a) dacă aceasta reprezintă o formulă de tip Newton Cotes, atunci

$a_{in} = \int_a^b w(x) l_{in}(x)dx$ **1p**

b) dacă aceasta reprezintă o formulă de tip gaussian, atunci

$a_{in} = \int_a^b w(x) l_{in}^2(x)dx$ **1p**

în care $l_{in}(x)$ reprezintă multiplicatorii din formula de interpolare Lagrange

4. Pentru rezolvarea problemei Cauchy se foloseşte mai întâi metoda Runge-Kutta de ordin 4, iar soluţiile furnizate de aceasta servesc ca valori iniţiale pentru o metodă multipas explicită de ordin 2.
a) Scrieţi relaţiile folosite în ambele situaţii **1p**
b) Scrieţi funcţii Matlab care implementează aceste metode **1,5p**

5. Fie matricea $A = \begin{bmatrix} -a_1 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ & & & 0 \\ & I_{n-1} & & \cdots \\ & & & 0 \end{bmatrix}$

a) arătaţi că polinomul caracteristic al matricei A este $p(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_n$ **1p**
b) presupunând $\lambda_i, i=1:n$ cunoscute, să se calculeze vectorii proprii ai matricelor A şi A^T. **1,5p**