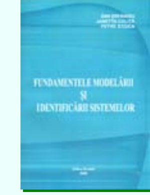
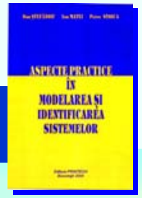


❺ Exerciţii rezolvate

Exerciţiul 2.1



Verificaţi dacă modelele ARX şi OE pot fi echivalate, în sensul definiţiei cunoscute (densităţi spectrale de ieşire identice).

Soluţie

$$\Phi_y^{ARX} \equiv \Phi_y^{OE} \iff \boxed{\text{Transferul densităţii spectrale prin sisteme liniare}}$$

Obs → u necorelat cu e şi v ⇒ $\Phi_{ue}(\omega) = \Phi_{uv}(\omega) = 0, \ \forall \omega \in \mathbb{R}$.

$$\iff \left|\frac{B(e^{j\omega})}{A(e^{j\omega})}\right|^2 \Phi_u(\omega) + \frac{\lambda_e^2}{|A(e^{j\omega})|^2} = \left|\frac{Q(e^{j\omega})}{P(e^{j\omega})}\right|^2 \Phi_u(\omega) + \lambda_v^2 \iff$$

$$\forall \omega \in \mathbb{R}.$$

$$\iff \left|\frac{Q(e^{j\omega})}{P(e^{j\omega})}\right|^2 = \left|\frac{B(e^{j\omega})}{A(e^{j\omega})}\right|^2 + \frac{1}{\Phi_u(\omega)}\left(\frac{\lambda_e^2}{|A(e^{j\omega})|^2} - \lambda_v^2\right)$$

$$\forall \omega \in \mathbb{R}$$

❺ Exerciții rezolvate

Soluție (Exercițiul 2.1)

- $\left|\dfrac{Q(e^{j\omega})}{P(e^{j\omega})}\right|$ nu depinde de $\Phi_u(\omega)$ (egalitatea de mai sus trebuie să se verifice pentru orice intrare necorelată cu zgomotele)

$$\Downarrow$$

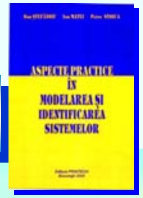
$$\lambda_v^2 = \frac{\lambda_e^2}{|A(e^{j\omega})|^2}, \ \forall \omega \in \mathbb{R} \Leftrightarrow A(q^{-1}) \equiv 1$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{l} P \equiv A \equiv 1 \\ Q \equiv B \end{array}} \qquad \boxed{\lambda_v^2 = \lambda_e^2}$$

- <u>Concluzie</u>: Echivalarea nu poate avea loc decât în cazul modelului ARX cu răspuns finit la impuls, caz care este trivial.

❺ Exerciții rezolvate



Exercițiul 2.2

Determinați funcțiile pondere ale sistemelor liniare descrise de modelele ARX[1,1] şi OE[1,1] (în cazul general şi în cazul particular).

Soluție

funcție de sistem

$$H(q^{-1}) \triangleq \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \sum_{k\geq 0} h_k q^{-k}$$ în ambele cazuri. ($h_k = ?$)

$\Downarrow$ Se efectuează împărțirea infinită a celor 2 polinoame:

$$B(q^{-1}) = bq^{-1} = A(q^{-1})H(q^{-1}) = (1+aq^{-1})\sum_{k\geq 0} h_k q^{-k}$$

$\Updownarrow$

$$bq^{-1} = \sum_{k\geq 0} h_k q^{-k} + a\sum_{k\geq 0} h_k q^{-k-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k\geq 1}(h_k + a h_{k-1})q^{-k} + h_0 = bq^{-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h_0 = 0 \\ h_1 = b \\ h_k = -a h_{k-1}, \ \forall k \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} h_0 = 0 \\ h_k = (-a)^{k-1} b \\ \quad \forall k \geq 1 \end{cases}}$$

❺ Exerciții rezolvate

Soluție (Exercițiul 2.2)

- Obs → ▸ h astfel obținut este secvența pondere ideală.
  ▸ Prin stimularea sistemelor cu impulsul unitar se obțin secvențe pondere afectate de zgomote:

  a) În cazul modelului ARX, zgomotul este colorat. Secvența pondere a filtrului de zgomot este:

  $$\boxed{g_k = (-a)^k, \quad \forall k \geq 0}$$

  b) În cazul modelului OE, zgomotul este alb.