Examen algebra (**04.05.2009**), varianta 1

1. Determinanti x,y,z din sistemul Cauchy:

$$x' = y + z \quad , \quad y' = x - z \quad , \quad z' = x - y$$
$$x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) = -3$$

2. In R-spatiul vectorial $R_2[X]$ cu produsul euclidian $< P, Q >= \sum_{i=0}^{2} a_i b_i$ fie multimea

$$V = \{ \quad P \in R_2[X] \quad | \quad P(1) = 0 \quad \}.$$

   Sa se determine $V^{\perp}$ si o baza ortonormata in $\mathbb{R}_2[x]$ diferita de baza canonica.

3. Sa se reduca la forma canonica si sa se reprezinte grafic conica:

$$4xy - 3y^2 + 4x - 14y - 7 = 0$$

4. Sa se determine solutia urmatoarelor ecuatii dif:
   a) $xy' - y + 2x^2y^2 = 0$
   b) $y''y - y^2 y' - y'^2 = 0$

5. a) Sa se determine intersectia cilindrului ce are generatoarea $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ si curba $(C): x^2 + y^2 - z = 4, x - 1 = 0$ cu planul xOz. Ce curba este (intersectia cu planul)?
   b) $A \in M_n(R)$ nesingulara. Demonstrati ca matricea B = $A^t A$ are toate valorile proprii reale si pozitive si $(\exists) C \in M_n(R)$ astfel incat $C^2 = B$